

ПРОГРАМ ЗА ПОЛАГАЊЕ ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Литература:

1. Ж. Ивановић, С. Огњановић, Математика 1
Збирка задатака и тестова за I разред гимназије и техничких школа
2. Ж. Ивановић, С. Огњановић, Математика 2
Збирка задатака и тестова за II разред гимназије и техничких школа

Области из математике на класификационом испиту:

1. Трансформације целих алгебарских рационалних израза
2. Полиноми једне променљиве
3. НЗД и НЗС полинома
4. Операције са рационалним алгебарским изразима
5. Линеарне једначине
6. Системи линеарних једначина
7. Линеарне неједначине
8. Системи линеарних неједначина
9. Степеновање
10. Квадратне једначине
11. Системи квадратних једначина
12. Вијетове формуле
13. Квадратне неједначине
14. Експоненцијалне једначине
15. Логаритамске једначине

Задаци

Раставити чиниоце на полиноме:

1. $a^2 - a^3$.

Решење: $a^2(1 - a)$.

2. $x^3y^3 - x^3y + x^4y^3$.

Решење: $x^3y(y^2 - 1 + xy^2)$.

3. $x^2 - 49$.

Решење: $(x - 7)(x + 7)$.

4. $x^3 - y^3 + x^2 - y^2$.

Решење: $(x - y)(x^2 + xy + y^2 + x + y)$.

$$5. a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3.$$

$$\text{Решење: } (a + 2b)^3.$$

Скратити разломке и написати услове под којима добијене једнакости важе:

$$6. \frac{a^3b^4 + 2a^2b^4}{ab^3(a^2 + 4a + 4)}.$$

$$\text{Решење: } \frac{ab}{a+2}, a \neq 0, a \neq -2, b \neq 0.$$

$$7. \frac{a^2(a-2)(a^2+2a)}{b(a^4-4a^2)}.$$

$$\text{Решење: } \frac{a}{b}, a \neq 0, a \neq \pm 2, b \neq 0.$$

$$8. \frac{a^2 + ab + a + b}{a^2 + 2ab + b^2}.$$

$$\text{Решење: } \frac{a+1}{a+b}, a \neq -b.$$

$$9. \frac{(xy+1)^2 - (x+y)^2}{(x^2-1)(y^2-1)}.$$

$$\text{Решење: } 1, x \neq \pm 1, y \neq \pm 1.$$

$$10. \frac{4b^3(a^4 - a^3)(a^2 + 1)}{a(a-1)(a^3 + a)}.$$

$$\text{Решење: } 4b^3a, a \neq 0, a \neq 1.$$

Извршити назначена сабирања и одузимања разломака:

$$11. \frac{4x^2}{10xy - 25y^2} - \frac{4x^2 + 25y^2}{10xy} - \frac{25y^2}{4x^2 - 10xy}.$$

$$\text{Решење: } 1, x \neq 0, x \neq \frac{5}{2}y, y \neq 0.$$

$$12. \frac{a}{a+b} + \frac{a}{a-b} + \frac{2a^2}{a^2+b^2} + \frac{4a^2b^2}{a^4-b^4}.$$

$$\text{Решење: } \frac{4a^2}{a^2-b^2}, a \neq \pm b.$$

Средити изразе:

$$13. \frac{(a^2b^3)^2}{ab^4} \cdot \frac{a^3b}{(a^2b^4)^3}.$$

Решење: $\frac{1}{b^9}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$.

$$14. \frac{a^3b^8(x^3y^2)^2}{(2c^4d^5)^2x^3y^4} : \frac{(3a^3b^4)^2d}{4c^5(d^2x^3y)^2}.$$

Решење: $\frac{x^9y^2}{9a^3c^3d^7}$, $a, b, c, d, x, y \neq 0$.

$$15. \frac{x-ax^2}{ax-2} \cdot \frac{2ax-4}{a^2x^2-1}.$$

Решење: $-\frac{2x}{ax+1}$, $ax \neq 2$, $|ax| \neq 1$.

$$16. \left(\frac{3x^3}{y^3} + \frac{9x}{y} + \frac{9y}{x} + \frac{3y^3}{x^3} \right) : \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 2 \right).$$

Решење: $\frac{3(x^2+y^2)}{xy}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$.

$$17. \left(\frac{2x}{x^2+2xy} + \frac{4y}{x^2-4y^2} - \frac{y}{xy-2y^2} \right) : \left(1 - \frac{x^2-4y^2-2}{x^2-4y^2} \right).$$

Решење: $\frac{x-2y}{2}$, $x, y \neq 0$, $x \neq \pm 2y$.

$$18. \left(\frac{a-b}{5ab^2} + \frac{b-a}{10a^2b} \right) : \left(\frac{1}{10a^2b} - \frac{1}{5ab^2} \right).$$

Решење: $b-a$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $b \neq 2a$.

$$19. \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) : (a+b)^2 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) : (a+b)^3.$$

Решење: $\frac{a+b+1}{ab(a+b)^2}$, $a \neq 0$, $a \neq -b$, $b \neq 0$.

$$20. \left(\frac{x}{x+y} \cdot \frac{y}{y-x} - \frac{2xy}{x^2-y^2} \right) : \left(x+y - \frac{4xy}{x+y} \right).$$

Решење: $\frac{3xy}{(y-x)^3}$, $x \neq \pm y$.

Решити дате линеарне једначине:

21. $3x - (15 + 2x - (5x + 11)) = 2x - 8$.

Решење: $x = -1$.

22. $8(2x - (3x + 2)) + 18 = 7x - (3x - 5(2x - 4)) + 22$.

Решење: $x = 0$.

23. $(3x - 1)^2 - (x - 1)^2 = 5(2x + 1)^2 - (6x - 3)(2x + 1)$.

Решење: $x = -\frac{1}{3}$.

24. $3 - \frac{9}{2x - 5} + \frac{3x}{3x - 2} = 5 - \frac{2x}{2x - 5}$.

Решење: $x = -\frac{1}{4}$.

25. $\frac{1}{x + 2} - \frac{x - 2}{x^2 - 2x + 4} = \frac{2}{x^3 + 8}$.

Решење: $x = 3$.

Решити системе једначина:

26.
$$\begin{cases} 5x - 3y = 17 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$$

Решење: $(4, 1)$.

27.
$$\begin{cases} 4x - y = 5 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

Решење: $(2, 3)$.

28.
$$\begin{cases} \frac{4x + 5y}{3} = \frac{x - 3y}{2} + 4 \\ \frac{3x + y}{2} = \frac{2x + 7y}{3} - 1 \end{cases}$$

Решење: $(1, 1)$.

$$29. \begin{cases} \frac{2x-y}{3} + 2 = \frac{5x+2y}{2} - \frac{7}{6} \\ \frac{3x+y}{2} + 1 = \frac{7x-4y}{3} + 2 \end{cases}$$

Решење: (1,1).

$$30. \begin{cases} (3x-2)(2y+3) = (6x-1)(y+3) - 27 \\ (4x+1)(3y+2) = (2x+5)(6y-4) \end{cases}$$

Решење: (2,2).

$$31. \begin{cases} \frac{y+3}{x+2} = \frac{y+5}{x+3} \\ \frac{x-1}{x} - \frac{y-5}{y} = \frac{8}{xy} \end{cases}$$

Решење: (3,7).

$$32. \begin{cases} \frac{x+2}{y-3} - \frac{x+5}{y+1} = \frac{3}{(y+1)(y-3)} \\ \frac{2x+y}{15-8x-4y} = \frac{4x-y}{5-16x+4y} \end{cases}$$

Решење: (4,10).

$$33. \begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x+y+3z=13 \\ -x+5y-2z=3 \end{cases}$$

Решење: (1,2,3).

$$34. \begin{cases} x-6y+8z=0 \\ 2x+4y-3z=26 \\ 3x-4y+5z=18 \end{cases}$$

Решење: (8,4,2).

$$35. \begin{cases} x+3y+2z=11 \\ 2x+5y+4z=20 \\ 3x+8y+9z=37 \end{cases}$$

Решење: (1,2,2).

$$36. \begin{cases} 4x - y + 4z = 0 \\ x + 5y - 2z = 3 \\ -x + 8y - 2z = 1 \end{cases}$$

Решење: $(1, 0, -1)$.

Решити неједначине:

$$37. 5(4 - 2x) - \frac{1-x}{2} + \frac{4-x}{3} \geq 2(5x-1) - \frac{3-7x}{6}.$$

Решење: $x \in \left(-\infty, \frac{10}{9}\right]$.

$$38. \frac{x-2}{x+1} \leq 3.$$

Решење: $x \in \left(-\infty, -\frac{5}{2}\right] \cup (-1, +\infty)$.

$$39. (x+1)(x+4) \geq 0.$$

Решење: $x \in (-\infty, -4] \cup [-1, \infty)$.

$$40. (x+1)(x-2) < 0.$$

Решење: $x \in (-1, 2)$.

$$41. x(x-3) \leq 0.$$

Решење: $x \in [0, 3]$.

$$42. x^2 + 2x > 0.$$

Решење: $x \in (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$.

$$43. \frac{x-2}{2x+1} < 0.$$

Решење: $x \in \left(-\frac{1}{2}, 2\right)$.

$$44. \frac{x+3}{x-4} \leq 0.$$

Решење: $x \in [-3, 4)$.

$$45. \frac{2-3x}{4x+5} \leq 0.$$

Решење: $x \in \left(-\infty, -\frac{5}{4}\right) \cup \left[\frac{2}{3}, +\infty\right)$.

$$46. \frac{2x-3}{x-4} \leq 1.$$

Решење: $x \in [-1, 4)$.

$$47. \frac{x-2}{x+1} \leq 3.$$

Решење: $x \in (-\infty, -\frac{5}{2}] \cup (-1, +\infty)$.

$$48. \frac{2x-5}{x+3} \leq 1.$$

Решење: $x \in (-3, 8]$.

$$49. \text{ а) } 0 < \frac{3x-1}{2x+5} < 1.$$

Решење: $x \in (\frac{1}{3}, 6)$.

$$\text{ б) } 1 \leq \frac{2-x}{x+1} \leq 2.$$

Решење: $x \in [0, \frac{1}{2}]$.

$$50. 1 < \frac{3x-1}{2x+1} < 2$$

Решење: $x \in (-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$.

Упростити изразе:

$$51. \text{ а) } \frac{a^{-2}+b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}} \cdot \left(\frac{a^2+b^2}{ab} \right)^{-1} : \frac{a^{-1}-b^{-1}}{a^2-b^2}, a, b \neq 0, a \neq \pm b.$$

Решење: $-ab$.

$$\text{ б) } \frac{1-x^4}{x-x^{-1}} - \frac{2}{x^3} + \frac{x^4-x^2}{x-x^{-1}}, x \neq 0, x \neq \pm 1.$$

Решење: $-\frac{2+x^4}{x^3}$.

$$\text{ в) } \frac{a^{-1}-b^{-1}}{a^{-3}+b^{-3}} : \frac{a^2b^2}{(a+b)^2-3ab} \cdot \left(\frac{a^2-b^2}{ab} \right)^{-1}, ab \neq 0, a \neq \pm b.$$

Решење: $-\frac{ab}{(a+b)^2}$.

$$d) \frac{a^{-1} - (b+c)^{-1}}{a^{-1} + (b+c)^{-1}} \cdot \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) : \left(\frac{abc}{a-b-c}\right)^{-1},$$

$abc \neq 0, b+c \neq 0, a \neq b+c, a+b+c \neq 0.$

Решење: $\frac{a(a-b-c)}{2}.$

Израчунати:

$$52. a) \frac{(-2)^{-3} - (-3)^{-2}}{(-4)^{-1}} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}.$$

Решење: $\frac{51}{16}.$

$$b) \frac{2a^2}{5b^{-2}} : \frac{10a^{-3}}{6b^{-1}}, a, b \neq 0.$$

Решење: $\frac{6}{25} \cdot a^5 b.$

Решити једначине:

$$53. (x-1)^2 + (x-3)^2 = (x-4)^2.$$

Решење: $x_1 = \sqrt{6}, x_2 = -\sqrt{6}.$

$$54. a) \frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{3x^2-2}{x^2-1}.$$

Решење: $x_1 = 2, x_2 = -2.$

$$b) \frac{2x+1}{x-1} + \frac{x-1}{2x+1} = \frac{5x+4}{(x-1)(2x+1)}.$$

Решење: $x = -\frac{2}{5}.$

$$c) \frac{2x-3}{24x^2+36x} + \frac{2}{4x^2-9} = \frac{4-x}{12x^2-18x}.$$

Решење: $x = \frac{5}{4}.$

Саставити бар једну квадратну једначину чија су решења:

$$55. x_1 = 2, x_2 = 5.$$

Решење: $x^2 - 7x + 10 = 0.$

$$56. x_1 = 2, 3, x_2 = -0, 5.$$

Решење: $x^2 - 1,8x - 1,15 = 0.$

57. $x_1 = 2 + \sqrt{3}$, $x_2 = 2 - \sqrt{3}$.

Решење: $x^2 - 4x + 1 = 0$.

58. $x_1 = 2 + i\sqrt{3}$, $x_2 = 2 - i\sqrt{3}$.

Решење: $x^2 - 4x + 7 = 0$.

50. Нека су x_1 и x_2 решења једначине $x^2 - x - 2 = 0$.

Не решавајући једначину, одредити $x_1^2 + x_2^2$.

Решење: 5.

60. Не решавајући једначину, одредити $x^2 + 4x - 21 = 0$, одредити вредност израза

$$\frac{3x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^2}{x_1^3 + 2x_1^2x_2 + 2x_1x_2^2 + x_2^3}.$$

Решење: $-\frac{129}{74}$

Решити неједначине:

61. $2x^2 + 5x > 0$.

Решење: $x \in (-\infty, -\frac{5}{2}) \cup (0, +\infty)$.

62. $x^2 - 3x - 4 < 0$.

Решење: $x \in (-1, 4)$.

63. $2x^2 + x - 6 \geq 0$.

Решење: $x \in (-\infty, -2] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$.

64. $\frac{x-3}{x+1} \geq 0$.

Решење: $x \in (-\infty, -1) \cup [3, +\infty)$.

65. $\frac{3x+7}{2-5x} > -1$.

Решење: $x \in (-\infty, \frac{2}{5}) \cup (\frac{9}{2}, +\infty)$.

66. $\frac{1-x}{x} \leq \frac{2-x}{x-1}$.

Решење: $x \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$.

$$67. \frac{-x^2 + 2x - 3}{x^2 - 4x + 3} < 3.$$

Решење: $x \in (-\infty, 1) \cup \left(\frac{3}{2}, 2\right) \cup (3, +\infty).$

$$68. x + 2y = 7, \quad xy = 6.$$

Решење: $(3, 2), \left(4, \frac{3}{2}\right).$

$$69. x + y = 3, \quad xy = 2.$$

Решење: $(1, 2), (2, 1).$

$$70. x + y = 0, \quad xy = -4.$$

Решење: $(2, -2), (-2, 2).$

Решити једначине:

$$71. 9^{\frac{1}{x}} = 3.$$

Решење: $x = -2.$

$$72. \left(\frac{4}{5}\right)^{0,2x} = \frac{125}{64}.$$

Решење: $x = -15.$

$$73. 3^x \cdot 7^{2-x} = 21.$$

Решење: $x = 1.$

$$74. 5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250.$$

Решење: $x = 2.$

$$75. 3^{x+2} + 9^{x+1} = 810.$$

Решење: $x = 2.$

$$76. \log_3(5 + 4\log_3(x-1)) = 2.$$

Решење: $x = 4.$

$$77. \log_2^2 x + 2\log_2(\sqrt{x}) - 2 = 0.$$

Решење: $x = \frac{1}{4}, x = 2.$

$$78. \log_3(x+1) + \log_3(x+3) = 1.$$

Решење: $x = 0$.

79. $\log_{16}x + \log_4x + \log_2x = 7$.

Решење: $x = 16$.

80. $\log_5(x-2) + \log_{\sqrt{5}}(x^3-2) + \log_{0,2}(x-2) = 4$.

Решење: $x = 3$.